Aus dem Physikalischen Institut der Königlichen Universität in Florenz.

Das Okularinterferometer und das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne.

Von **Vasco Ronchi** in Florenz.

Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 1. Mai 1926.)

Nach einer kurzen Vorbemerkung über das Verhalten der Zirkulargitter mit konstanter Frequenz, wenn sie übereinandergesetzt werden, und die Meinungen, welche daraus folgen, um zu entscheiden, ob zwei Gitter zentriert sind oder nicht, wird eine elementare Theorie der Erscheinungen entwickelt, welche von einem Lineargitter und von einem Zirkulargitter verursacht werden, wenn sie in die Bahn einer Kugelwelle oder einer Flachwelle gestellt werden. Es ergibt sich, daß ein Zirkulargitter mit konstanter Frequenz Bilder der Lichtquelle liefert, welche, obwohl minder hell als die von einer gewöhnlichen Linse gelieferten Bilder und von hellen Ringsystemen umgeben, dennoch frei von Achsenaberrationen sind und eine größere Feinheit als die gewöhnlichen Bilder besitzen. — Sodann wird das Auflösungsvermögen der verschiedenen, schon lange bekannten, sowie der jetzt beschriebenen Verfahren untersucht, um zu beweisen, daß alle Verfahren das Gleiche leisten, während die Linsen allein, in ihrer gewöhnlichen Form angewendet, zu einem Auflösungsvermögen, welches kleiner als die Hälfte ist, führen; doch auch die Linsen können die Auflösungsgrenze der anderen Verfahren erreichen, aber nur, wenn sie in passender Weise angewendet werden. Es werden die Haupteigenschaften der verschiedenen Verfahren und die verschiedenen sich ergebenden Kriterien in der Ausführung der Messungen untersucht. Als Endresultat ergibt sich, daß die Grenze des allen diesen Verfahren gemeinsamen Auflösungsvermögens als ein natürlicher, unüberschreitbarer Limes angenommen werden muß: ferner, daß die Luminosität der Verfahren, welche das Erreichen dieses Limes erlauben, notwendigerweise kleiner ausfallen muß als jene der in gewöhnlicher Weise angewandten Linsen.

Da wir öfters von Systemen konzentrischer Kreise zu sprechen haben, wollen wir zum leichteren Verständnis einige Fachausdrücke einführen. So werden wir Zirkulargitter ein ebenes System von konzentrischen Kreisen nennen; die Differenz zwischen den Werten der Radien zweier aufeinanderfolgender Kreise soll die Periode a sein, und das umgekehrte Verhältnis m werden wir mit Frequenz bezeichnen. Bleibt diese Differenz längs des ganzen Radius konstant, so werden wir sagen können daß die Kreise äquidistant sind.

Zwei Gitter sind parallel, wenn sie in parallelen Ebenen liegen, als solche können sie zentriert oder unzentriert sein, je nachdem sich die Zentren auf einer für beide Ebenen gemeinsamen Normalen befinden

oder nicht; liegen die Gitter in derselben Ebene, so sind sie zentriert, wenn die Zentren zusammenfallen.

Die zirkularen Gitter können in Reflexion oder Durchsicht wirken: jeder Strich ist als aus zwei Teilen zusammengesetzt zu betrachten, und zwar aus einem hellen und einem dunklen Teil bzw. aus einem durchsichtigen und einem undurchsichtigen Teil. Somit sind der Radius eines Striches nicht mehr genau, die Periode aber (und die Frequenz) immer noch vollkommen definiert, wenn man homologe Teile von zwei aufeinanderfolgenden Strichen betrachtet. Wir können ohne weiteres der Anordnung der Striche einen periodischen Verlauf zuschreiben und kurz die für periodische Erscheinungen gebräuchlichen Ausdrücke anwenden.

Vom geometrischen Standpunkte aus haben wir nur zu bemerken, daß zwei unzentrierte komplanare Gitter von gleicher Frequenz die Bildung von hyperbolischen Kombinationsstreifen [1]) verursachen, deren helle Teile die Schnittpunkte der Gitterstriche enthalten. Man kann das auch leicht beweisen, wenn man die dunklen Striche als geometrische Linien betrachtet, weil dann, bezüglich zweier orthogonaler Koordinatenachsen, den Ursprung mitten zwischen den Zentren der Gitter und die x-Achse durch die Zentren verlaufend angenommen, das eine Gitter durch die Gleichung

$$(x - d/2)^2 + y^2 = n^2 a^2$$

dargestellt wird, worin d den Abstand der Zentren und n die Ordnungszahl der Striche bedeuten.

Für das andere Gitter setzen wir

$$(x + d/2)^2 + y^2 = (n + k - 1)^2 a^2,$$

worin k ein Parameter ist, welcher ganze Zahlenwerte zwischen 1 und einem Maximalwert, der von a und d nach einem sogleich zu bestimmenden Gesetz abhängt, annehmen kann. Wenn wir in diesen zwei Gleichungen n wegschaffen, so kommen wir zu den Gleichungen der Kurven, welche unsere Kombinationsstreifen vorstellen. Wenn wir $k = 1$ setzen, so heißt das, daß wir die Schnittpunkte zwischen Kreisen gleicher Ordnung betrachten; wir gelangen dann zu $x = 0$, d. h. der Streifen erster Ordnung ist eine Gerade, welche mit der y-Achse zusammenfällt. Für $k > 1$ hat man

$$\frac{x^2}{\frac{(k-1)^2 a^2}{4}} + \frac{y^2}{\frac{(k-1)^2 a^2 - d^2}{4}} = 1,$$

[1]) V. Ronchi, Linc. Rend. **33** [1], 23, 1924.

also die Gleichung einer Ellipse oder einer Hyperbel, je nachdem $(k-1)a$ größer oder kleiner als d ist. Für unsere Zwecke haben nur die Hyperbeln ein Interesse; ihrer sind so viele an Zahl, als es ganze Wurzeln der Ungleichung $(k-1) < d/a$ gibt; die Asymptoten sind gegen die x-Achse unter einem Winkel θ geneigt, gemäß

$$\cos\theta_{k-1} = (k-1)\,a/d. \tag{1}$$

Wenn $(k-1) = d/a$ ist, dann führt der Streifen k auf die x-Achse zurück.

Da nun ein Strich einen hellen und einen dunklen Streifen enthält, so haben wir auch dunkle Streifen oder „Oppositionsstreifen", welche wir mit o bezeichnen wollen. Diese sind stärker geneigt und auffallender als die bis jetzt in Betracht gezogenen, welche wir helle oder „Konjunktionsstreifen" nennen und mit c bezeichnen werden. Aus einem Blick auf Fig. 1 folgt, daß, während wir für die hellen Streifen die Formel (1) schreiben können

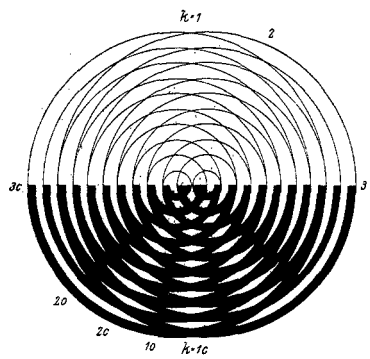

Fig. 1.

$$\cos\theta_{2k-2} = (2k-2)\,a/2d, \tag{2}$$

für die dunklen Streifen die Formel

$$\cos\theta_{2k-1} = (2k-1)\,a/2d \tag{3}$$

gilt.

Da die Brennweite sehr klein ist, ist die Annäherung der Hypereläste an die Asymptoten so beträchtlich, daß die Streifen mit den Asymptoten identifiziert werden dürfen.

Wenn also zwei gleiche Zirkulargitter zentriert sind, wird das ganze Feld von hellen Streifen $k = 1\,(c)$ durchzogen und es erscheint gleichförmig. Wenn wir aber die Gitter fortschreitend verschieben, so bildet sich in dem Augenblick, wo die Distanz der Zentren d gleich $a/2$ ist, der Streifen $k = 1\,(o)$, welcher geradlinig und in der x-Achse verläuft; wenn man $d = a$ hat, so bildet sich an Stelle des Streifens $1\,(o)$ der Streifen $2\,(c)$, während der vorhergehende sich verdoppelt und mit der x-Achse den Winkel $\theta_1 = 60^0$ einschließt. So fortschreitend, für $d = 3\,a/2$, wird der Streifen $1\,(c)$ schmäler, behält aber die Richtung der y-Achse bei, der Streifen $1\,(o)$ bildet mit der x-Achse den Winkel $70^0\,28'$, der Streifen $2\,(c)$ den Winkel $48^0\,48'$, und es erscheint der Streifen $2\,(o)$ parallel zur x-Achse, usw.

Mithin kann die Distanz d zwischen den Zentren bestimmt werden mit einem Fehler, der kleiner ist als ein halber Strichabstand, und zwar nach der Zahl der hellen oder dunklen Streifen eines Quadranten mit Hilfe der Formel

$$(2k-1)a/2 < d < 2ka/2,$$

oder mit der Formel

$$(2k-2)a/2 < d < (2k-1)a/2,$$

je nachdem der zuletzt erschienene Streifen dunkel oder hell ist.

Der kleinste wahrnehmbare Wert für d ist also in dieser Weise durch die erste Formel für $k = 1$ als $d = a/2$ gegeben; für kleinere Werte von d geben die Gitter keine Streifen.

Wichtig ist auch der Beweis, daß die Neigung der Streifen nicht abhängig ist von der Anfangsphase des Gitters, d. h. vom Hell- oder

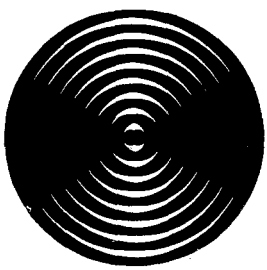

Fig. 2. $d = \frac{a}{2}$.

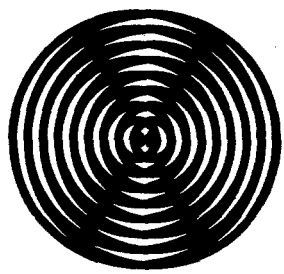

Fig. 3. $d = \frac{2a}{2}$.

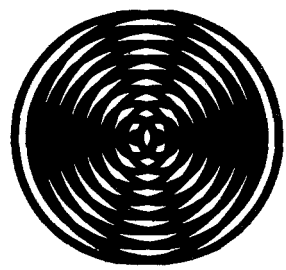

Fig. 4. $d = \frac{3a}{2}$.

Dunkelsein des Zentralscheibchens; ohne jeden geometrischen Beweis können wir uns dies vorstellen, wenn wir die zwei übereinander gesetzten Gitter mit zwei Interferenzwellenkomplexen vergleichen; die Streifen entsprechen dann den stehenden Wellen, deren Lage sich nicht ändert, auch wenn die Anfangsphase der Schwingungen fortwährend wechselt. Es ist aber für die Anerkennung der Gültigkeit der angedeuteten Formeln wesentlich, daß die Gitter identische Anfangsphase haben, weil sonst die Streifen Verschiebungen bis zu einer Umkehr von den Streifen o zu den Streifen c erleiden. Für unsere Zwecke hat aber die Untersuchung dieser Fälle kein Interesse.

Vom optischen Standpunkt aus haben wir zu bemerken, daß in den meisten Fällen, wie in diesen unseren Figuren, die Streifen o und c sehr gut sichtbar sind, weil sie Interferenzstreifen sind [1]); aber wenn wir zwei

[1]) Wir wollen nicht den Beweis dieser Behauptung führen und verweisen den Leser auf einen diesbezüglichen Abschnitt unseres Buches: „La prova dei sistemi ottici", Bologna, Zanichelli, 1925.

Streifensysteme überlagern, die durch nicht kohärente Strahlen entworfen werden — und mit solchen werden wir uns eben beschäftigen müssen — dann ist die Bildung der Streifen dem Kontraste zwischen Zonen von verschiedener Intensität zuzuschreiben, und die Streifen sind viel weniger gut sichtbar. Und wir müssen hinzufügen, daß, wenn die Gitter so dicht sind, daß man die Striche nicht mehr gut unterscheiden kann, dann die Streifen ganz unsichtbar sind; ganz im Gegenteil also zu den Kombinationsinterferenzstreifen, welche um so klarer erscheinen, je dichter das Gitter ist.

* * *

Wenn ein lineares Gitter in die Bahn einer Kugelwelle, die etwa bei Einstellung auf einen unendlich weit entfernten Stern aus einem idealen

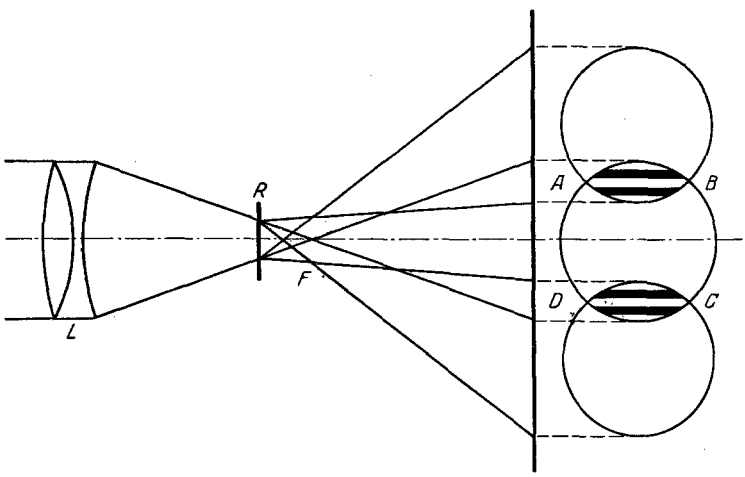

Fig. 5

Objektiv austritt, gestellt wird, gibt es bekanntlich Anlaß zur Bildung einer Serie von abgebeugten Lichtkegeln, deren Spitzen in der Brennebene liegen (Fig. 5). Die Halbwinkelöffnung α der auf das Gitter einfallenden Welle, jene der direkt austretenden und, mit einer guten Annäherung, auch jene der gebeugten Wellen, ist identisch mit der Halbwinkelöffnung des Objektivs. Da die Lichtintensität sehr rasch abnimmt, wollen wir nur die erste Ordnung in Betracht ziehen.

In allen Gebieten, in welchen sich zwei benachbarte Beugungswellen überlagern, kann man geradlinige, parallele und äquidistante Interferenzstreifen (Schattenstreifen) sehen, deren Frequenz $M_1 = my/x$ ist[1]).

[1]) Siehe Anmerkung S. 735.

wo m die Gitterfrequenz, y die Entfernung des Gitters von der Brennebene, zu welcher wir es parallel annehmen, und x die Entfernung der letzteren von einer anderen parallelen Ebene sind, in welcher man die Interferenz betrachtet und welche ein Schirm, eine photographische Platte oder auch die Brennebene eines Okulars sein kann.

Wenn aber die experimentelle Anordnung die Überlagerung von zwei Wellen erster Ordnung erlaubt, dann bilden sich Interferenzstreifen (welche wir noch Schattenstreifen nennen wollen) mit einer Frequenz $M_2 = 2my/x$. Die zwei Streifensysteme wollen wir kurzweg mit den Symbolen M_1 und M_2 bezeichnen.

Wenn das Gitter intrafokal ist, wie es in Fig. 6 schematisch dargestellt ist, hat man in der Brennebene niemals Schattenstreifen, ebenso

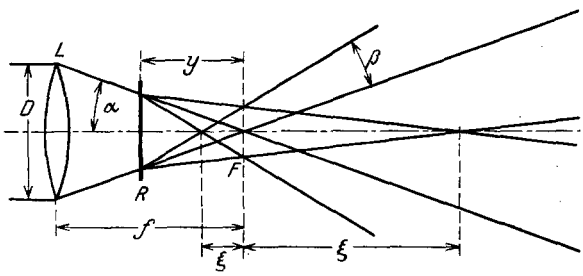

Fig. 6.

in den unmittelbar benachbarten Ebenen, da die verschiedenen Wellen in kleinen Beugungsbildern vom bekannten Typus eines Sternbildes konzentriert sind, dessen Entfernung $y\lambda m$ ist, wo λ die Wellenlänge des angewandten Lichtes bedeutet. Die Streifen M_2 hingegen treten immer auf im ganzen Intervall zwischen dem Gitter und einem Punkte der Achse, welche vom Brennpunkt um

$$\xi = y\frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

entfernt ist, wo β der Winkel λm ist, um welchen eine Beugungswelle um jene vorhergehender Ordnung gedreht ist; oder auch, indem man den Durchmesser des Objektivs durch D und die Brennweite f einführt:

$$\xi = y \cdot 2f\lambda m/(D + f\lambda m). \tag{4}$$

Über den Brennpunkt hinaus können sich die Wellen erster Ordnung unter gewissen Bedingungen schneiden; in der Tat, infolge der Symmetrie des Systems um die eigene Achse findet die Überlagerung der zwei Wellen von dem Punkte aus statt, in welchem eine von ihnen von der

Achse geschnitten wird; da nun dieser Punkt vom Brennpunkt um die Strecke

$$\xi = y\,\beta/(\alpha - \beta) = y\,.\,2f\lambda m/(D - 2f\lambda m)$$

entfernt ist, muß $\beta < \alpha$, d. h. $m < \alpha/\lambda$ sein, damit seine Entfernung endlich wird. Aber wenn sich auch das ausschließlich von Wellen erster Ordnung herrührende Streifensystem M_2 nicht bildet, kann noch immer das System M_1 auftreten. Da sich der Schnittpunkt der Wellen erster Ordnung mit der direkten Welle in einer Entfernung vom Brennpunkt gleich

$$\xi = y\,\beta/(2\alpha - \beta) \tag{5}$$

befindet, muß $\beta < 2\alpha$, d. h. $m < 2\alpha/\lambda$ sein, damit die Entfernung dieses Punktes endlich sei. Die Streifen M_1 entstehen aber offenbar in einem Zweieck mit der Winkelöffnung $2\alpha - \beta$, und deshalb ist die ganze Zentralwelle, oder kürzer gesagt, das ganze Feld nur dann von Streifen durchquert, wenn die Bedingung $2\alpha - \beta > \alpha$, und zwar $\beta < \alpha$ oder auch $m < \alpha/\lambda$ erfüllt ist, weshalb für $\alpha/\lambda < m < 2\alpha/\lambda$ der der Achse nähere Teil ohne Streifen bleibt (Fig. 5).

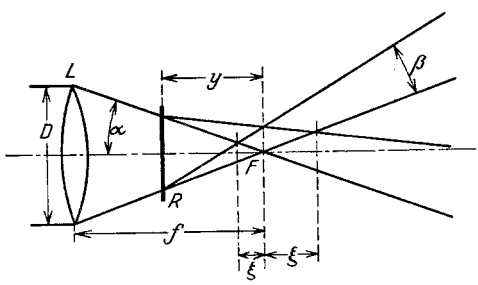

Fig. 7.

Ist das Gitter ultrafokal, so hat man die Streifen M_2 überall zwischen dem Gitter selbst und einem Punkte der Achse, welcher sich in der Entfernung

$$\xi = y\,\beta/(\beta - \alpha) = y\,.\,2f\lambda m/(2f\lambda m - D) \tag{6}$$

vom Brennpunkte befindet, und die Streifen M_1 zwischen dem Gitter und einem Punkte, welcher vom Brennpunkt um

$$\xi = y\,\beta/(2\alpha - \beta)$$

entfernt ist, weswegen die Streifen M_2 noch immer wie für das intrafokale Gitter vorhanden sein können, während die Streifen M_1 den gleichen Einschränkungen, inbegriffen diejenigen betreffs des Feldes, unterworfen sind.

Bisher haben wir immer von der Frequenz der Streifen gesprochen, ohne ihre Lage zu definieren. Dies würde sehr schwer sein; aber für unsere Zwecke genügt es, folgendes festzustellen: wenn sich das Gitter in einer symmetrischen Lage bezüglich der Achse befindet, und zwar

wenn letztere durch einen Punkt der Mittellinie eines hellen oder dunklen Striches geht, so muß in allen anderen Erscheinungen immer bezüglich der Achse Symmetrie herrschen; darum muß das System M_2 in beiden Fällen einen hellen Streifen auf der Achse zeigen.

Schränken wir jetzt das optische System, welches die auf das Gitter einfallende Welle liefert, und das Gitter selbst auf ein elementares Streifchen, normal zu den Strichen und durch die Achse gehend, ein, und lassen wir dies um π um die Achse rotieren. Das optische System hat alsdann wieder seinen zirkularen Rand (wie wir bis jetzt übereinstimmend angenommen haben), das Lineargitter liefert ein auf die Achse zentriertes Zirkulargitter, und die Schattenstreifen beider Systeme werden zirkular, konzentrisch und äquidistant, mit dem Zentrum immer auf der Achse. Aber die für Lineargitter ausgesprochenen Regeln behalten ihre volle Gültigkeit für die Zirkulargitter hinsichtlich der Einschränkungen der Frequenz des Gitters und der Einstellungen auf der Achse, von welchen aus man die verschiedenen Streifensysteme betrachten kann, bei.

Es ist auch klar, daß die inneren Streifen intensiver als die äußeren sind, weil dieselbe Energie auf einen kleineren Strich verteilt ist; und insbesondere bildet der zentrale Streifen, welcher im System M_2, wie wir bewiesen haben, immer hell ist, eine intensive Scheibe vom Durchmesser

$$\delta = \frac{1}{2\,M_2} = \frac{x}{4\,m\,y}. \tag{7}$$

Und da die auf das Objektiv einfallende Welle von einer punktförmigen Lichtquelle herrührt, haben wir auf diese Weise ein Bild der Lichtquelle selbst, und zwar ein Bild, dessen Feinheit von m und von y abhängt, welches zu unserer Verfügung stehende Elemente sind.

Um das Bild hat man ein ganzes Zirkulargitter, aus dem Schattenstreifen des Systems M_2 bestehend.

Für das System M_1 kann man nicht im voraus sagen, ob man im Zentrum des Feldes die intensive Scheibe haben müsse. Mit den Gittern, welche wir angewandt haben, haben wir sie immer beobachtet, aber man kann nicht ausschließen, daß es nicht von der Anfangsphase jener Gitter abhängt, und die elementare Theorie der Erscheinung, wie wir sie vorgebracht haben, schließt nicht das Gegenteil aus; andererseits bietet eine vollkommenere Theorie sehr große Schwierigkeiten dar.

Übrigens, wenn $\alpha/\lambda < m < 2\,\alpha/\lambda$ ist, so bilden die Streifen nur einen zirkularen Kranz, und im Zentrum des Feldes sieht man nichts weiter als das gleichförmige Licht der direkten Wellen; für $m > 2\,\alpha/\lambda$

sieht man die einzelnen abgebeugten Wellen nicht mehr überlagert, also keine Streifen.

Mit den zentrierten Zirkulargittern aber hat man nur eine Beugungswelle für jede Ordnung; in der Tat vereinigt sich, infolge der Rotation um die Achse des elementaren Lineargitters, die Welle erster Ordnung von der einen Seite mit derjenigen gleicher Ordnung von der anderen Seite und bildet so einen vereinigten zirkularen Kranz.

Andererseits kommt man zum gleichen Ergebnis auf anderem Wege, was hervorzuheben wichtig ist. Ein bezüglich der Achse stark verschobenes Zirkulargitter funktioniert offenbar wie ein Lineargitter, unberücksichtigt einer kaum wahrnehmbaren Biegung der Streifen auf der Seite des Gitterzentrums oder auf der entgegengesetzten Seite, je nachdem dieses intra- oder ultrafokal ist. Wenn wir aber das Gitter (z. B. das intrafokale) langsam zentrieren, so beobachten wir, daß die Beugungswelle erster Ordnung auf der Seite des Zentrums schmäler wird, die andere hingegen sich ausbreitet, und wenn das Zentrum ins Feld getreten ist, verschwindet die erste (wenn $m > \alpha/\lambda$) und die zweite legt sich ganz um die Zentralwelle. Die Figur wird nur dann vollkommen symmetrisch, wenn das Zentrum auf die Achse fällt, aber schon kurz vorher sind die Streifen merklich kreisförmig.

Beobachtet man diesen Vorgang in der Brennebene, wenn das Gitter unzentriert ist, so sieht man das Zentralbild und seitlich die zwei Spektren erster Ordnung, welche vom Zentralbild um $y\,\lambda\,m$ entfernt sind und auf einer Richtung liegen, welche normal zur Achse ist und durch das Gitterzentrum geht. Während der Zentrierung des Gitters verlängern sich die zwei kleinen Spektren und nehmen Bogenform mit dem Krümmungszentrum auf der Achse an, bis sie, wenn das Gitter zentriert ist, zusammentreffen und schließlich einen Kreis vom Radius $y\,\lambda\,m$ bilden. In Wirklichkeit ist die Erscheinung etwas komplizierter, denn jedes Anfangsspektrum ist ein Beugungsbild, dessen Ringe den gleichen Verlauf haben wie jene des direkten Bildes. Deshalb ist das Zirkularspektrum eher ein Komplex von konzentrischen und äquidistanten Ringen; und, obwohl es aus unserer Elementartheorie nicht hervorgeht, haben wir in unseren Beobachtungen bemerkt, daß hauptsächlich zwei Ringe intensiv sind und daß während der Zentrierbewegung des Gitters sich das kleine Spektrum vom Zentrum her auf den inneren Ring, das andere auf den äußeren Ring ausbreitet. So ist der Radius $y\,\lambda\,m$ für den zwischen diesen beiden liegenden dunklen Ring reserviert. Es ist auch zu bemerken, daß die Ringgruppe noch ganz vor-

handen und merklich kreisförmig ist, auch wenn das Gitter leicht verschoben ist.

Betrachten wir nun wieder das Streifensystem M_2: es gibt, wie wir schon hervorgehoben haben, keine Einschränkung in der Gitterfrequenz, welche dieses System erzeugen muß, so daß die Objektivöffnung und die Brennweite des Objektivs nur eine sekundäre Rolle spielen. Aus der Formel $M_2 = 2my/x_1$, wo y und x die Entfernung des Brennpunktes vom Gitter bzw. die Entfernung des Brennpunktes von der Beobachtungsfläche sind, folgt nun, daß der Limes von x/y für $f = \infty$, vorausgesetzt, daß die Lage des Gitters und des Objektivs konstant bleiben, gleich 1 ist; deshalb sind die Streifen immer vorhanden und nehmen die Frequenz $M_2 = 2m$ an. Insbesondere ist der Zentralstreifen eine intensive Scheibe vom Durchmesser $\delta = 1/4m$. Aber wenn wir $f = \infty$ setzen, so heißt das, das Objektiv ausschalten, weshalb ein Zirkulargitter für sich selbst als Objektiv wirkt.

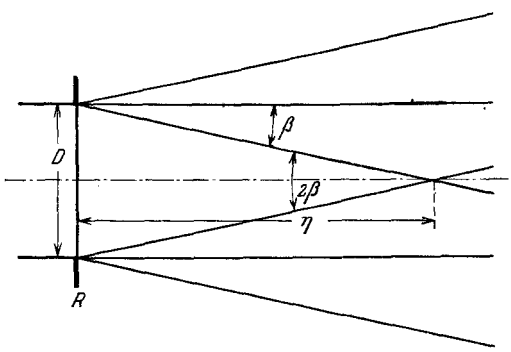

Fig. 8.

Man kann auch zu gleichen Resultaten durch direkten Beweis gelangen. Wird das Gitter R vom Durchmesser D (Fig. 8) von ebenen Wellen parallel getroffen, so interferieren von den sich bildenden Beugungswellen nur jene erster Ordnung im ganzen Intervall zwischen dem Gitter und einem Punkte der Achse (d. h. einer zum Gitter in seinem Zentrum senkrechten Geraden), welcher vom Gitter um

$$\eta = D/2\beta = D/2\lambda m \tag{8}$$

entfernt ist, und die Streifen besitzen die Frequenz $M_2 = 2m$.

Trifft die Welle unter einem kleinen Winkel γ auf das Gitter, so hat man anfangs annähernd dieselben Erscheinungen wie für die Parallelwelle, mit der Ausnahme, daß jetzt die Zentralbilder auf einer Geraden liegen, welche durch das Zentrum des Gitters geht und unter dem Winkel γ zur Achse geneigt ist. Aber jenseits einer gewissen Grenze treten andere Störungen auf, weil die Gitterstriche von den Punkten dieser Geraden aus elliptisch erscheinen. Dies bedarf hier keiner weiteren Erörterung, obwohl es von anderen Standpunkten aus von sehr großer Wichtigkeit ist.

Bedenken wir nun einige Vorteile dieser neuen Objektivform: nicht nur sphärische Aberration ist vermieden, sondern die Formel $\delta = 1/4\,m$ führt uns auch zum Schluß, daß das Bild vollständig achromatisch ist; und zwar nicht nur frei von der chromatischen Aberration durch Dispersion der Linsengläser, sondern auch von jenem chromatischen Restfehler, welcher sich auch in Spiegelbildern aus der Struktur des Beugungsscheibchens erklärt.

Somit haben wir zahlreiche Mittel, um die Bilder eines Sternes zu erhalten; es handelt sich nun darum, ihre Eigenschaften und das Auflösungsvermögen zu ermitteln.

Kehren wir noch zum ältesten System, dem Objektiv, zurück; wie schon mehrmals erwähnt wurde, ist das Bild eines Sternes eine von Ringen vom Radius $\varrho = i\lambda/2\alpha$ umgebene kleine Scheibe, wo i ein Koeffizient ist, welcher die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte annimmt:

Ordnungszahl des Ringes	i	Intensitätsmaximum, bezogen auf das Zentralscheibchen	Verteilung der Gesamtintensität auf Scheibchen und Ringe
1 (Scheibchen)	0,000	1	0,839
2	1,638	0,017 45	0,071
3	2,692	0,004 15	0,028
4	3,716	0,001 65	0,015
5	4,724	0,000 78	0,009
6	5,724	0,000 43	0,006

Der Radius des Scheibchens wird oft in der Weise berechnet, daß man als solchen jenen des ersten dunklen Ringes annimmt, welcher $\varrho = 1{,}22\,\lambda/2\alpha$ ist.

Wenn die Lichtquelle ein Doppelstern ist, dessen Komponenten um den Winkel γ voneinander abstehen, so entspricht einer jeden ein Scheibchen und ein Ringsystem; die erste Methode, um sie aufzulösen, beruht darauf, daß man die beiden Zentralscheibchen bei einer richtigen Vergrößerung in der Brennebene beobachtet; dies nennt man Beobachtung des Sternes mit dem Fernrohr. Es ist jedoch praktisch und theoretisch anerkannt, daß man zwei Scheibchen nicht mehr aufgelöst nennen kann, wenn der Abstand der Zentren kleiner als der Radius ϱ des ersten dunklen Ringes ist; der reziproke Wert von ϱ wird das Auflösungsvermögen des angewandten optischen Systems genannt. Da nun $\gamma = \varrho/f$ und $2\alpha = D/f$ ist, wird der kleinste auflösbare Wert von γ in der Formel

$$\Gamma = 1{,}22\,\lambda/D$$

ausgedrückt. $1/\Gamma$ wählt man als Winkelmaß des Auflösungsvermögens.

Wenn man einer einfachen Vorstellung folgt, welche in der geometrischen Theorie der optischen Bilderzeugung wurzelt, sagt man gewöhnlich, daß Γ die Grenze ist, unter welcher ein Instrument unfähig ist, Bilder zu liefern. Aber wenn wir als Bild eines Gegenstandes eine ihm ähnliche Figur, wie die obengenannte Theorie es verlangt, auffassen, so müssen wir bedeutend höhere Werte von γ zulassen, um die Dimensionen des Beugungsbildes im Vergleich zur Sternbildentfernung vernachlässigen zu können. In Wirklichkeit beobachtet man jetzt Bilder, welche keine mathematische Ähnlichkeit mit dem Gegenstand aufweisen, und man sucht aus ihrem Verhalten einige Formsymptome oder Einzelheiten abzuleiten, so z. B. den Winkelabstand der Komponenten, wenn es sich um einen Doppelstern handelt.

In dieser Beurteilung sehr weit fortschreitend, erdachte A. Michelson sein Sterninterferometer [1]), welches jede geometrische Bildvorstellung vollständig ausschließt und γ aus der Sichtbarkeit der geradlinigen Interferenzstreifen ableitet. Man erhält dasselbe Resultat auch mit Hilfe eines anderen von uns kürzlich beschriebenen Interferometers, welches Lineargitter verwertet [2]). Mit diesen beiden Instrumenten mißt man Winkelentfernungen bis zu

$$\Gamma = \lambda/2\,D,$$

vergrößert, somit um das 2,44fache des Auflösungsvermögens eines gewöhnlichen Instruments.

Aber die Mittel, um zu dieser neuen Grenze zu gelangen, besitzt man auch in dem von Scheibchen und Ringen gebildeten Beugungsbilde; diese bilden in der Tat ein Zirkulargitter, welches mit großer Annäherung, abgesehen von den ersten Ringen, die Frequenz $m = 2\,\alpha/\lambda = D/\lambda\,f$ besitzt, und wenn die Quelle ein Doppelstern ist, so überlagern sich in der Brennebene zwei gleiche, mit den Zentren um $d = \gamma f$ entfernte Gitter, wobei sie Oppositionsstreifen bilden [3]), welche unter dem Winkel θ gegen die Verbindungslinie der Sterne geneigt sind, so daß

$$\cos\theta_{2k-1} = (2k-1)\,\lambda/4\alpha f\gamma = (2k-1)\,\lambda/2\,D\gamma \qquad (9)$$

---

[1]) A. A. Michelson, Phil. Mag. **30**, 1, 1890.

[2]) V. Ronchi, Linc. Rend. (6) **2**, 659, 1925; ebenda (6) **1**, 257, 1925.

[3]) Diese Streifen sind sehr gut sichtbar, so daß wir uns, da uns das Verleugnen ihrer Existenz sehr seltsam erschien, mit besonderer Sorgfalt der Nachforschung gewidmet haben, um unter den zahlreichen Werken eines zu finden, welches davon gesprochen hätte; die Forschung hat aber ein vollkommen verneinendes Resultat gegeben.

ist. In Wirklichkeit bildet sich infolge der abnehmenden Intensität der Ringe nur der Streifen $k = 1\,(o)$; aber das Minimum von γ hat man eben, wenn der $\cos\theta_1 = 1$ und folglich

$$\Gamma = \lambda/2\,D$$

ist.

Eine Schwäche dieses Verfahrens ist die geringe Helligkeit der Ringe und überdies die rasche Abnahme derselben mit dem Zunehmen des Radius; um dies zu zeigen, haben wir in der vorhergehenden Tabelle einige Zahlenwerte hinzugefügt, welche die Verteilung des Lichtes in den verschiedenen Elementen des Beugungsbildes darstellen.

Es ist aber von Lord Rayleigh bewiesen worden, daß, wenn man mit Hilfe einer Blende den zentralen Teil des Objektivs ausschaltet, jene Verteilung in der Weise variiert, daß Ausdehnung und Helligkeit des Zentralscheibchens abnehmen, die Helligkeit der Ringe aber zunimmt, während die Radien etwa unverändert bleiben. Lord Rayleigh schloß so, daß das Auflösungsvermögen bei Wegnahme des zentralen Teiles des Objektivs größer wird. und zwar um so größer, je größer die Blende ist; somit erhält man das Maximum, wenn nur ein ganz dünner durchsichtiger Ring zurückbleibt. Andererseits ist das aus Beugungsringen bestehende Gitter unter diesen Bedingungen sehr gut sichtbar, und man kann die Messungen von θ mit großer Sicherheit ausführen.

Diese Überlegungen sind eigentlich für Messungen im monochromatischen Lichte gültig, aber, ungeachtet der Abhängigkeit des Winkels θ von λ, ist der Streifen $1\,(o)$ dieses Systems auch im weißen Lichte gut sichtbar; gewiß ist eine hinreichend starke Vergrößerung notwendig, um die Ringe gut unterscheiden zu können, weil die beiden Gitter nicht von kohärentem Lichte gebildet sind. Man muß auch bemerken, daß dieser Streifen, obwohl mit $1\,(o)$ bezeichnet, nicht schwarz ist, wie er in den Gittern der Fig. 2, 3 und 4 angedeutet ist; im Gegenteil, da man längs dieses Streifens die Durchkreuzung von mehreren hellen Ringen hat, so nimmt man ihn als Linie von stärkerer Helligkeit wahr. Und es ist merkwürdig zu beobachten, daß, ungeachtet der vollkommenen Unabhängigkeit beider Lichtquellen und folglich beider nellen Gitter, die Beugungserscheinungen die verschiedenen Ringe längs des Streifens unterbrochen erscheinen lassen[1]).

[1]) Da auch außerhalb des Brennpunkts ein Schnitt durch den Lichtkegel zahlreiche Beugungsringe aufweist, könnte man die Kriterien, welche wir entwickeln, auch bezüglich jener Ringe anwenden, und die zu diesem Zwecke gemachten Beobachtungen haben positive Resultate gegeben. Wir wollen aber nicht auf Einzelheiten eingehen, weil dieses ein minderinteressantes Verfahren ist.

Da nun θ_1 von λ abhängig ist, ist es notwendig, für Messungen im weißen Lichte die effektive Wellenlänge in den Berechnungen einzuführen, wie jene, welche in Formel (9) eingeführt, wenn γ bekannt ist, uns den von θ_1 beobachteten Wert gibt.

Dies bildet eine Schwierigkeit, wenn man die Energieverteilung im Spektrum der Lichtquelle nicht kennt, und ist jedenfalls eine Fehlerquelle, denn, da γ durch

$$\gamma = \lambda/2\,D\cos\theta_1 \tag{10}$$

gegeben ist, überträgt sich eine jede prozentuale Ungewißheit von λ auf einen gleichen prozentualen Fehler in γ. Es sei noch hinzugefügt, daß, wenn θ mit λ variiert, der Streifen im weißen Lichte, obwohl sichtbar, verwaschen und die Messung von θ_1 daher unsicher wird.

Daher ist es angebracht, γ mit anderen Anordnungen[1]) zu messen; und die Zirkulargitter bieten sich zu diesem Zwecke in verschiedenen Formen, welche wir nun beschreiben wollen.

Ein auf die aus einem Objektiv austretende Welle zentriertes intrafokales Zirkulargitter bildet, wie wir schon bemerkt haben, in der Brennebene ein aus einer Gruppe von konzentrischen Ringen bestehendes Spektrum erster Ordnung. Wenn der Stern doppelt ist, so hat man zwei solche identische Gruppen, welche zwei übereinandergesetzte Zirkulargitter bilden, mit den Zentren um $f\gamma$ voneinander entfernt und mit der Frequenz $m = 2\,\alpha/\lambda$, wie im vorhergehenden Fall. Es bilden sich noch hyperbolische Kombinationsstreifen, welche als geradlinig angenommen unter dem Winkel θ_1 zur Verbindungslinie der Sterne geneigt sind, weshalb $\cos\theta_1 = \lambda/2\,D\,\gamma$ ist, genau so wie für die Ringe des direkten Bildes, und ebenso wie für jene ist der kleinste Wert von γ gleich

$$\Gamma = \lambda/2\,D.$$

Dieses Verfahren hat gegenüber dem vorhergehenden den Vorteil, daß man helle und nicht zu nahe dem Zentrum befindliche Ringe betrachten kann, auch wenn man die totale Öffnung benutzt. Man erkennt noch einen weiteren Vorteil in der Umgebung des Zentralteiles des Objektivs; andererseits hat man aber noch immer die Abhängigkeit des Winkels θ von λ, erschwert durch die Tatsache, daß man bei weißem Lichte Spektren erhält. Aber wenn man Gitter mit kleiner Frequenz anwendet, kann man sehr genaue Messungen vornehmen.

---

[1]) Es ist zu bemerken, daß das Michelsonsche Interferometer noch die Berechnung der effektiven Wellenlänge erfordert, während dies bei den Lineargittern vermieden wird.

Man kann nun auch die Schattenstreifen beobachten und diese nach verschiedenen Methoden benutzen, je nachdem die Versuchsbedingungen die Bildung der Systeme M_1 oder M_2 erlauben.

Beginnen wir mit dem System M_2; wenn der Stern ein Doppelstern ist, so verursacht eine jede der Komponenten die Bildung eines Streifensystems, welches ein Zirkulargitter darstellt, und man hat in dieser Weise zwei einander überlagernde Zirkulargitter. Um die Neigung der hyperbolischen Streifen berechnen zu können, muß man die Entfernung d der beiden Gitterzentren kennen. Nun ergibt sich aus der Elementartheorie, welche wir auseinandergesetzt haben, nicht, wo das Zentrum der Schattenstreifen sich befinden muß, wenn das Gitter bezüglich der einfallenden Kugelwelle nicht zentriert ist; und da, wie gesagt, eine exakte

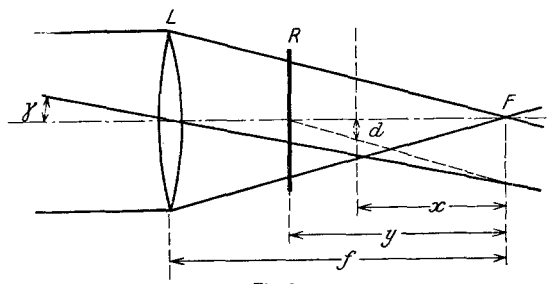

Fig. 9.

Theorie auf sehr große Schwierigkeiten stößt, so bleibt uns nichts anderes übrig, als uns dem Versuche anzuvertrauen, aus welchem hervorgeht, daß

$$d = \gamma f (y - x)/y \tag{11}$$

ist, d. h. daß die Zentren der beobachteten Gitter sich immer auf denjenigen Geraden befinden, welche das Zentrum des materiellen Gitters R (Fig. 9) mit den Bildern der Sterne (in geometrischem Sinne) verbinden. Führen wir die Ausdrücke für M_2 und für d in (3) und in (2) ein, so haben wir

$$\cos\theta_{2k-1} = (2k-1)/4mf\gamma\frac{y-x}{x},$$

$$\cos\theta_{2k-2} = (2k-2)/4mf\gamma\frac{y-x}{x}.$$

Um das Auflösungsvermögen zu berechnen, muß man die Bedingungen aufsuchen, für welche θ den Maximalwert annimmt: m, f und λ sind aber Konstanten, wenn das Gitter, das Objektiv und der Stern gegeben sind, und y kann beliebige Werte annehmen, aber unter der Bedingung, daß diese Werte in ein Maximum einbegriffen sind, welches von

seinen Dimensionen abhängig ist; man muß ferner x seinen Minimalwert geben, wenn das Gitter intrafokal, und den Maximalwert, wenn es ultrafokal ist, Werte, welche in den Formeln (4) und (6) gegeben sind, weil man für $x < \xi$ bzw. für $x > \xi$ keine Schattenstreifen mehr hat. Mithin wird der Maximalwert von $\cos\theta$ bei gegebenem Objektiv und gegebenem Sterne für ein beliebiges Gitter und für beliebige Werte von y durch

$$\cos\theta_{2k-1} = (2k-1)\Big/2\frac{D}{\lambda}\gamma; \quad \cos\theta_{2k-2} = (2k-2)\Big/2\frac{D}{\lambda}\gamma$$

ausgedrückt. Da die geringste Auflösung der Gitter wahrgenommen wird, wenn $\cos\theta_1 = 1$ ist, ist der kleinste noch meßbare Wert von γ auch in diesem Falle gleich

$$\Gamma = \lambda/2D.$$

Diese Grenze ist infolge zahlreicher und sehr genauer Messungen experimentell kontrolliert worden, und nur zufolge dieser Messungen und

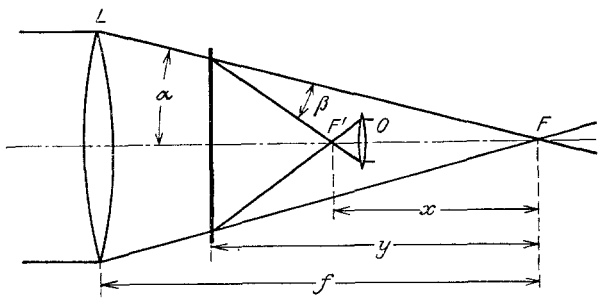

Fig. 10.

der sicheren Erkenntnis, daß jede andere Hypothese für den Ausdruck von d zu nicht entsprechenden Versuchsresultaten führte, ist die Formel (11) festgestellt worden.

Da die Wahl der Gitterlage keinen Einfluß auf das Auflösungsvermögen ausübt, kann diese praktisch bestimmt werden, und nur deswegen ist es vorteilhaft, y größere Werte zu geben. Alsdann sind aber mit Gittern hoher Frequenz die Streifen sehr schmal, so daß ein Okular erforderlich ist, um sie zu beobachten. Die Beobachtungsfläche ist somit die Brennebene des Okulars, und ihre Entfernung vom Brennpunkte F des Objektivs (Fig. 10) ist gleich x.

Geben wir x zuerst den Wert y; man sieht dann das materielle Gitter (welches wir, um uns eine klare Vorstellung zu machen, intrafokal annehmen); bewegt man nun das Okular längs der Achse in Richtung

auf den Brennpunkt, so beobachtet man, wie sich die Striche infolge eines sehr komplizierten Vorganges verdoppeln; es beginnt sich nun das Schattenstreifensystem M_2 zu bilden. Dieses System erscheint einfach und ohne jede Spur von Kombinationsstreifen, weil die Gitterzentren noch immer zu nahe sind; aber in dem Augenblicke, wo x einen solchen Wert annimmt, daß

$$4 m f \gamma \frac{y - x}{x} = 1 \tag{12}$$

wird, erscheint der Streifen 1 (o) in der Richtung der Verbindungslinie der Sterne; lassen wir x weiter abnehmen, so hat man die gleiche Aufeinanderfolge von Streifen, wie sie schon für die progressive Dezentrierung von zwei Zirkulargittern beschrieben worden ist (Fig. 2, 3 und 4). Das Streifenfeld reduziert sich indessen immer mehr auf den Durchmesser, bis es ganz verschwindet, wenn $x = \xi$ wird.

Die Vorteile dieses Verfahrens bestehen hauptsächlich darin, daß man doppeltachromatische Streifen hat, weil die Schattenstreifen, welche die Zirkulargitter bilden, achromatisch sind; ebenso sind die Kombinationsstreifen achromatisch, insofern ihr θ nicht von λ abhängig ist. Andererseits ist es sehr bemerkenswert, daß die Auflösungsgrenze noch immer $2 D/\lambda$ ist, auch für Streifen, welche von λ unabhängig sind, weil natürlich jetzt die Grenze von ξ abhängt, welches eine Funktion von λ ist.

Wenn der Stern weiß ist, so beobachtet man während der Verschiebung des Okulars gegen den Brennpunkt (immer wenn das Gitter intrafokal ist), da ξ eine wachsende Funktion von λ ist, zuerst die weißen Schattenstreifen, aber in dem Augenblick, wo sich die roten Wellen erster Ordnung von der Achse entfernen, kann man das Feld von grünlichen Streifen durchzogen sehen, welche in Violett übergehen und schließlich ganz verschwinden. Diese Anordnung erlaubt uns somit, Beobachtungen im monochromatischen Lichte mit kurzen Wellenlängen ohne irgendwelche Filter vorzunehmen, selbst wenn der Stern weiß ist.

Während in den weißen Bildern bei Verwendung eines Objektivs das Auflösungsvermögen dem besser sichtbaren λ entspricht und auch von den weniger sichtbaren Strahlungen bedeutend gestört wird, wenn λ größer ist, können wir mit Hilfe der Zirkulargitter ein Maximum des Auflösungsvermögens mit Strahlungen kleinerer Wellenlängen erzielen.

Ähnliche Erscheinungen hat man, wenn das Gitter ultrafokal ist; aber wir wollen uns nicht weiter auf ihre Beschreibung einlassen, da der Unterschied nur ein quantitativer ist.

In allen Fällen jedoch nimmt das Streifensystem M_2 das Zentrum des Feldes ein, und der letzte, mit dem Variieren von x verschwindende Streifen ist eben der Zentralstreifen, welcher, wie schon gesagt (7), ein Scheibchen vom Durchmesser $\delta = x/4\,m\,y$ ist.

Wenn man nun zu der geometrischen Fragestellung zurückkehren will, weshalb das helle Scheibchen oder Ringsystemzentrum als Bild des Sternes anzusehen ist, so sind wir mit Hilfe dieser Anordnung imstande, die Bilder der Komponenten des Doppelsternes zu erhalten, auch während man die Streifen für die interferometrische Messung von γ anwendet. Und da man mit Hilfe einer einfachen Rechnung beweisen kann, daß das eine Scheibchen das andere berührt ($d = \delta$), eben wenn Formel (12) erfüllt ist, folgert man, daß die sogenannte visuelle Auflösung der Scheibchen in diesem Falle für

$$\Gamma = \lambda/2\,D$$

die gleiche ist wie bei normaler Beobachtung mit einem Objektiv für $\Gamma = 1{,}22\,\lambda/D$.

Wenn wir also das Gitter als einfaches Okular und nicht mehr als Interferometer (wie wir das Instrument zur Messung von γ mit Hilfe der Streifen nennen) anwenden, ist das Auflösungsvermögen 2,44 mal größer als jenes des in gewöhnlicher Weise angewandten Objektivs.

Verfügend über die zahlreichen Variablen in der Formel

$$\gamma = (2\,k - 1)/4\,m\,f\,\frac{y - x}{x}\cos\theta_{2\,k-1}, \tag{13}$$

kann man in verschiedener Weise vorgehen, um γ zu erhalten:

a) Bei gegebenem Objektiv und Gitter (f und m) kann man letzteres in einer gewissen Lage und das Okular in einer anderen günstigen Lage, welche übrigens beliebig sein kann ($x > \xi$), fixieren, um Streifen zu erhalten. Mit Hilfe eines Positionskreises bestimmt man den Winkel $2\,\theta_{2\,k-1}$ zwischen zwei Ästen des Streifens k [im allgemeinen liegt der Streifen $k = 1$ (o) vor] und hat so alle Argumente, um γ mit Hilfe der Formel (13) berechnen zu können.

b) Man kann noch y fixieren und dann jene Lage des Okulars aufsuchen, für welche die Streifen eine leicht zu beurteilende Neigung annehmen: so z. B. kann diese auch ohne Positionskreis gut bestimmt werden, wenn $\theta_1 = 45^0$ ist, weil die Hyperbel $k = 1$ (o) gleichseitig ist, oder auch wenn $\theta_1 = 0^0$ ist, weil sich der Streifen auf eine zur Verbindungslinie der Sterne parallele Gerade reduziert; so wird die Anwendung des Positionskreises vermieden. Wenn man x gemessen hat, wendet man wieder die Formel (13) an.

c) y sei noch immer fixiert; man macht Messungen von θ_{2k-1} für $x = \xi$ nach Formel (4) oder (6); alsdann berechnet man γ aus der Formel

$$\gamma = (2k-1)\,\lambda/2\,D\cos\theta_{2k-1}, \tag{14}$$

welche die Kenntnis von y, x, f und m nicht erfordert; jedoch ist die Messung von D nötig, welche sehr einfach ist, und jene von λ; es ist zu bemerken, daß hier λ nicht die effektive Wellenlänge ist, welche in den anderen Anordnungen erscheint, sondern jene, welcher die ausgeführte Beobachtung infolge jenes weiter oben beschriebenen Monochromatisierungsprozesses entspricht.

d) Man fixiert die Lage des Okulars und variiert y, und zwar verschiebt man das Gitter so lange, bis man entweder zu Streifen von eigenartiger Form wie im Falle b) gelangt, indem man die Anwendung des Positionskreises vermeidet und die Formel (13) anwendet, oder bis es gelingt, die Brennebene des Okulars mit dem vom Brennpunkte um ξ entfernten Punkte zusammenfallen zu lassen, so daß man auf den Fall c) geführt wird und die Formel (14) anwenden kann.

e) Man kann ohne weiteres, wenn y fixiert ist, das Okular mit einem Fadenmikrometer versehen, die Messung auf das zentrale Bild erstrecken und so d bestimmen; alsdann kann man mit Hilfe der Formel (11)

$$\gamma = \frac{d}{f}\frac{y}{y-x} \tag{15}$$

weiter rechnen.

Um die Konstanten und Variablen dieser verschiedenen Formeln zu bestimmen, lassen sich verschiedene Methoden anwenden. Für f wollen wir auf andere diesbezügliche Bemerkungen hinweisen[1]); m ist im allgemeinen vom Gitterverfertiger bekannt, für die Messung von x genügt es, das Okular parallel zur Achse des Objektivs längs einer Teilung zu bewegen, und die Weglänge zu messen, welche sich zwischen der Einstellung, in der man die Werte von θ bestimmt, und jener, in welcher man in gewöhnlicher Weise das Bild des Sternes im Brennpunkte wahrnimmt, erstreckt; dies kann auch, ohne das Gitter zu entfernen, gemacht werden. Endlich, um y zu bestimmen, geht man in ganz ähnlicher Weise vor wie für x, nur muß man beachten, daß, wenn das Gitter mit dem Brennpunkt zusammenfällt, die Schattenstreifen des Systems M_1 unendlich breit sind. Da es aber auch sein kann, daß m zu groß ist, um das System M_1

[1]) V. Ronchi, Per determinare la distanza focale degli Obbiettivi. L'Universo **5**, 7, 1924; Derselbe, Sull'uso degli strumenti spettroscopici ad alto potere risolutivo. Cim. (N. S.) **1**, 1925.

zu erhalten, kann man noch viele andere Kunstgriffe finden, welche uns erlauben, den Brennpunkt festzustellen oder zu entscheiden, wann der Brennpunkt mit dem Gitter zusammenfällt.

Um θ messen zu können, benötigt der Positionskreis nur einer Kreisteilung und eines Diametralfadens, welcher äußerst fein sein muß, wenn die Sichtbarkeit der hyperbolischen Streifen und der Zentralbilder nicht gestört werden soll. Der rationellste Kreis müßte eigentlich zwei Diametralfäden in der Weise verbinden, daß sie gleichzeitig um denselben Winkel, aber in entgegengesetzter Richtung rotieren. Wir haben noch keine Gelegenheit gehabt, ein solches Mikrometer zu konstruieren; aber mit jeder Vorsicht, welche eine von der Erfahrung nicht erprobte Versicherung verdient, glauben wir, daß die Genauigkeit der Messungen bis zu einer bisher noch nicht erreichten Grenze zunehmen müßte.

Ein eigentliches Fadenmikrometer ist dann notwendig, wenn man Messungen nach e) vornehmen will.

Es ist kaum bemerkenswert, daß man die Messungen der Schattenstreifensysteme M_2 auch mittels des Intrafokalgitters und des Ultrafokalokulars ausführen kann.

Aber auch das Schattenstreifensystem M_1 kann oft mit großem Vorteil auf das vorhergehende angewendet werden. Es verlangt jedoch besondere Bedingungen; denn während sich das System M_2 mit jeder beliebigen Gitterfrequenz bildet, und man immer das Zentralbild hat, bildet sich das System M_1 nur für $m < 2\,\alpha/\lambda$, und das Zentralbild hat man nur für $m < \alpha/\lambda$. Wenn man nun in Formel (3) die Ausdrücke für M_1 und d aus Formel (11) einsetzt, hat man

$$\cos\theta_{2k-1} = (2k-1)\Big/2\,mf\gamma\,\frac{y-x}{x}. \tag{16}$$

Da man, wenn für x der vorteilhaftere Wert, und zwar ∞, gesetzt wird,

$$\gamma = (2k-1)/2\,mf\cos\theta_{2k-1} \tag{17}$$

erhält, oder auch, wenn wir x unter Fortlassung des Vorzeichens den kleinsten Wert ξ nach Formel (5) geben, man

$$\gamma = (2k-1)\Big/\left(4mf - \frac{2D}{\lambda}\right)\cos\theta_{2k-1}$$

hat, so ergibt sich die Notwendigkeit, ein Maximum der Frequenz anzuwenden, um das Auflösungsmaximum zu erhalten. Andererseits kann man als Grenze setzen

$$m = 2\,\alpha/\lambda, \quad k = 1, \quad \text{und} \quad \cos\theta_1 = 1;$$

man erhält nochmals

$$\Gamma = \lambda/2\,D.$$

In der Praxis könnte es unvernünftig erscheinen, zu diesem Verfahren greifen zu müssen, während das vorhergehende dieselben Resultate ohne irgend welche Einschränkungen der Frequenz liefert. Man hat aber den Vorteil, daß man das Streifensystem M_1 erhalten kann, auch wenn y sehr klein ist, und folglich die Streifen so breit erscheinen, daß sie sehr leicht auch ohne Okular beobachtet werden können, wenn man das Objektiv hinter dem Gitter betrachtet. Wenn wir nun in Formel (16) $y = 0$ setzen, oder wenn man

$$\lim_{x=\infty} (y - x)/x = 1$$

annimmt (da die Streifen nicht lokalisiert sind, akkommodiert sich das Auge auf Unendlich), ist immer Formel (17) gültig, welche nur die Messung von θ erfordert, wenn die Konstanten m und f einmal bekannt sind.

Die Formel (17) ist auch dann gültig, wenn man Lineargitter in der von uns vorher beschriebenen Weise anwendet, und man kann von einem Zirkulargitter zu einem linearen in einfacher Weise übergehen, wenn man es dezentriert. Da die Richtungen der hyperbolischen Streifen normal sind zu denjenigen der Striche eines solchen Lineargitters, welches bei gleicher Frequenz ein Optimum der Sichtbarkeit der Streifen aufweist, so kann man, wenn man das Gitter dezentriert und das Zentrum in den Richtungen, welche früher von den hyperbolischen Streifen eingenommen waren, verschiebt, die mit diesen Streifen unternommenen Messungen kontrollieren, indem man das Gitter als Lineargitter anwendet.

Dies hat einen praktischen Wert, insofern die Streifen des Systems M_1 und M_2 zwischen nicht kohärenten Sternen nur Kontrast-, aber nicht Interferenzstreifen und darum weniger sichtbar sind, so daß es mit wenig Licht bequemer sein kann, sich auf die Sichtbarkeit der geradlinigen Streifen zu beziehen.

Nun wollen wir die Reihe der Auflösungsmethoden mit der Prüfung des Verhaltens eines einzigen Zirkulargitters in Gegenwart eines Doppelsternes beschließen. Es sei jetzt D der Durchmesser des Gitters und g die Entfernung jener Fläche, welche mit der Gitterfläche parallel ist, und in welcher man die Beobachtungen, z. B. mit Hilfe eines Okulars unternimmt. Die Frequenz des Systems M_2 ist $2m$, die Entfernung der Gitterzentren. d. h. der Sternbilder. ist

$$d = g\,\gamma. \tag{18}$$

Aus Formel (3) findet man, daß

$$\gamma = (2k - 1)/4\,m\,g\,\cos\theta_{2k-1}. \tag{19}$$

Den Minimalwert erhält man nun, wenn man $k = 1$, $\cos\theta_1 = 1$, und nach Formel (8) $g = \eta$ setzt. Es folgt, daß

$$\Gamma = \lambda/2\,D.$$

Also auch ein einziges Zirkulargitter trennt die Doppelsterne mit einem 2,44 mal größeren Auflösungsvermögen als ein Objektiv von gleichem Durchmesser; und das Gitter trennt sie auf zweierlei Weise, wie ein Objektiv, insofern es Bilder liefert, oder wie ein Interferometer, insofern es erlaubt, die Winkelentfernung mittels der Beobachtung der Streifen zu messen. Deshalb finden wir für ein Zirkulargitter, welches das Okular ersetzt, den Namen Okularinterferometer geeignet, und den Namen Objektivinterferometer für ein Zirkulargitter, welches die Rolle des Objektivs übernimmt.

Da man die Formel (19) ebenso schreiben kann wie Formel (14),

$$\gamma = (2k-1)\,\lambda/2\,D\cos\theta_{2k-1},$$

wenn man in einer vom Gitter entfernteren Ebene beobachtet, so kann man jetzt die Messung an Doppelsternen nach der gleichen Methode vornehmen, wie wenn sich das Gitter zwischen Objektiv und Okular befinden würde, mit dem Vorteil, daß man zwei Messungen weniger braucht, wenn man anstatt Formel (13) die Formel (19) anwendet. Und auch die Methode e) erscheint jetzt vereinfacht, denn obwohl sie immer dasselbe Auflösungsvermögen beibehält, beansprucht die Formel $\gamma = d/g$ zwei Messungen weniger als die Formel (15). Das sichtbare Auflösungsvermögen ist dasselbe, weil jetzt $\delta = 1/4\,m$ und $d = g\,\gamma$ ist; und wenn wir die Grenze dort ziehen, wo das eine Scheibchen das andere berührt ($d = \delta$), so hat man $\gamma = 1/4\,mg$ und in der vom Gitter um η entfernten Ebene

$$\Gamma = \lambda/2\,D.$$

Somit ist das Objektivinterferometer nicht nur äquivalent mit einem Objektiv, dessen Durchmesser 2,44 mal größer und das frei von sphärischer Aberration und vollkommen achromatisch ist, sondern es führt auch ein automatisches Mikrometer mit sich.

Man kann sogar zu dem Schlusse kommen, daß in allen Beobachtungen des Streifensystems M_2 mit dem Gitter hinter dem Objektiv, letzteres nur die Aufgabe hat, die Welle sphärisch zu gestalten, so daß man das ganze Licht durch ein kleineres Gitter gehen läßt, oder auch das Gitter sozusagen zu vergrößern, bis es den Durchmesser des Objektivs selbst erhält.

Es ist noch folgendes zu bemerken: wenn man in einer Ebene in der Entfernung η vom Gitter beobachtet, tritt der Zentralteil der

Beugungswellen erster Ordnung gar nicht auf, und der Zentralteil der direkten Wellen nur so, daß er ein gleichförmiges Feld als Untergrund liefert, auf welchem dann die Streifen M_2, mit offenbarem Schaden für letztere, hervortreten müssen. So ist es sehr vorteilhaft, den Zentralteil des Gitters ohne weiteres fortzuschaffen und nur einen Rand mit so vielen Zeilen freizulassen, als notwendig ist, um hinreichend starke und durch Beugungsstreifen an den Rändern nicht gestörte Beugungswellen erhalten zu können.

Somit findet man wieder die Bestätigung der schon von berühmten Optikern, besonders von Lord Rayleigh, aufgestellten Sätze, daß die für die Abbildung wirksamen Strahlen die peripherischen sind [1]).

Entfernen wir uns aber von der Theorie und nähern wir uns der Praxis, so sehen wir, daß die Vorteile der Gitter immer mehr zunehmen. Der Umstand, daß es nicht möglich ist, ein gänzlich aberrationsloses Objektiv zu konstruieren, führt zu einer weiteren Abnahme des Auflösungsvermögens unter $D/1{,}22\,\lambda$. Auf die Gitter hingegen haben die Axialaberrationen, d. h. die sphärische und die chromatische Aberration und die Zonenfehler, im allgemeinen keinen Einfluß. Und dies wird sofort durch die Erwägung bewiesen, daß es verschiedene Verfahren gibt, in welchen es nur notwendig ist, λ und D zu kennen. Die Tatsache ist auch Gegenstand von sehr genauen Beobachtungen und Messungen gewesen, und es ist sogar gelungen, mit aus einfachen Linsen bestehenden Objektiven, welche ein um ein Drittel kleineres Auflösungsvermögen aufwiesen als das theoretische $D/1{,}22\,\lambda$, genaue Messungen bis auf 1 Proz. mittleren Fehlers zu erhalten, und zwar für Werte von γ, welche dem theoretischen Limes $\lambda/2\,D$ sehr nahe kommen.

Die Fehler und im allgemeinen alles, was die Symmetrie des Bildes stört, schwächen auch die Empfindlichkeit der Zirkulargitter ab, jedoch ist dies viel mehr mit dem gewöhnlichen Objektiv der Fall. Es ist z. B. wohl bekannt, was mit dem Bilde eines Sternes geschieht, wenn man vor einem Objektiv, auch nur vom Durchmesser eines Zentimeters, eine gewöhnliche Glasplatte, wie solche von photographischen Platten, aufstellt. Wir haben hingegen sehr genaue und dem theoretischen Limes sehr nahe

[1]) Bei dieser Gelegenheit ist zu bemerken, daß es, wenn man die Photographie eines sehr feinen Zirkulargitters ausführen will, vorteilhaft ist, den zentralen Teil des Objektivs abzublenden, den analogen Regeln folgend, wie wir sie schon für die Lineargitter gefunden haben, und wie schon in unserer Note: Sull'utilità di diaframmi speciali davanti alle lenti. Cim. (N. S.) **3**, 1925, auseinandergesetzt wurde.

kommende Messungen auch mittels eines auf der geschwärzten Schicht einer photographischen Platte angebrachten Zirkulargitters mit acht Strichen pro Millimeter und von 12 mm Durchmesser ausgeführt, indem wir es als Objektivinterferometer verwandten. Die Zentralbilder waren unkenntlich, die Ringe hingegen immer beobachtungsfähig, und die hyperbolischen Streifen konnten mit genügender Genauigkeit bestimmt werden.

Wir kommen somit zu folgendem Schlusse: Die dargelegten Untersuchungen lassen Annäherung zwischen den Aufgaben eines Zirkulargitters und einer Linse erkennen. Nicht allein ist dieser Vergleich damit zu begründen, daß das Objektivinterferometer Sternbilder im geometrischen Sinne liefert, sondern auch damit, daß die Wirkung des Okularinterferometers bezüglich der Bilder, welche von dem angebrachten Objektiv geliefert werden, zur Bestätigung dieser Meinung beiträgt. Die Formel (11), welche experimentell abgeleitet worden ist, schreibt in der Tat dem Gitterzentrum die gleichen Aufgaben zu wie den Knotenpunkten der Linsen. Die Brennweite bleibt undefiniert, weil die Schattenstreifen und die Zentralbilder nicht lokalisiert sind; es gibt aber einen Punkt auf der Achse, über welchen hinaus jede Interferenz aufhört. Einfache geometrische Überlegungen erlauben nun, diesen Punkt der Objektivinterferometerachse dem Brennpunkt einer Linse analog zu setzen; dieser Punkt ist übrigens, unter der Annahme, daß die einfallende Welle eben ist, bestimmt worden, und er verschiebt sich längs der Achse mit Annäherung der Lichtquelle nach dem gleichen Gesetz, nach welchem sich das Bild der Lichtquelle verschieben würde, wenn das Gitter durch eine Linse mit dem Brennpunkt in diesem Punkte ($f = \eta$) ersetzt würde. Der konstante Winkel, um welchen der einfallende Strahl infolge Prismenwirkung am Rande derselben abweichen muß, stellt nun im Objektivinterferometer den konstanten Beugungswinkel $\beta = \lambda m$ dar.

Wenn man auf die verschiedenen dargelegten Verfahren zurückblickt, so sieht man, daß alle, auch die beim Michelsonschen Interferometer und Lineargitter nur selten angewandten Verfahren, zum Limes

$$\Gamma = \lambda/2\,D$$

führen; die Linsen jedoch[1]) führen in der von ihnen beanspruchten geometrischen Funktion zu einem Limes, welcher 2,44 mal größer ist;

[1]) Zusammen mit den Linsen kommen eigentlich zum gleichen Limes die Zirkulargitter mit abnehmender Frequenz bei Zunahme des Radius, welche schon von L. Soret (Pogg. Ann. **156**, 99, 1875) und von R. W. Wood (Phil. Mag. **45**,

und je mehr sie von den Linsen abstehen, um Interferenzringe zu werden, um so mehr nähern auch diese sich dem allgemeinen Limes. Das Beugungsbild selbst führt zu diesem Limes, insofern man den Zentralteil allein vernachlässigt, welcher gerade nur vom geometrischen Standpunkt aus einige Bedeutung hat.

Für die Linsen ist ferner alles viel komplizierter als für die anderen Systeme: es bestehen abgesonderte Hauptebenen und Knotenpunkte, es bestehen unvermeidliche und nicht zu mindernde Aberrationen, die Struktur des Beugungsbildes selbst ist sehr merkwürdig; es gibt nur eine einzige Ebene, in welcher Sternbilder entstehen. Für die Gitter hingegen ist alles sehr einfach: man hat weder Aberrationen zur Achse noch Einschränkungen, welche nicht der Auflösungsgrenze zugeschrieben seien.

Es erscheint somit logisch, wenn man sagt, daß das Zirkulargitter ein rationeller Linsentypus, und die Linse mit einem Zirkulargitter verglichen ein komplizierter Mechanismus ist.

Und wenn einmal der gefundene Limes $1{,}22\,\lambda/D$ überschritten worden ist, erscheint dies sehr natürlich, weil der eigentliche Limes jener der Gitter, und zwar der interferenzielle Limes

$$\Gamma = \lambda/2\,D$$

ist, welcher ganz das Aussehen und die Eigenschaften eines natürlichen Limes hat, solange man bekannte Verfahren und jedes andere Verfahren, welches auf Lichtinterferenzen gegründet ist, zur Untersuchung der Lichtwellen anwendet. Die Hoffnung, die Grenze überschreiten zu können, liegt in dem Vertrauen, neue Erscheinungen zu finden, um den Menschen weitere Ausblicke zu erschließen.

Die gewöhnlichen Linsen haben aber den Gittern gegenüber gewisse Vorteile von anderen Standpunkten aus, welche an die Natur der Urteilskraft, mit welcher sie erbaut und studiert wurden, gebunden sind. Denn wenn man sagt, daß die Linse die von einem Lichtpunkt kommenden Strahlen in einem Punkte konzentriert, daß sie vom geometrischen Standpunkt aus den Gegenständen ähnliche Bilder liefert, insofern diese Beweisgründe als gültig angenommen werden können, weil die Lichtwellenlänge vernachlässigt werden kann und die Strahlen geometrische Linien sind, so sind die Linsen von den Interferenzvorrichtungen unübertroffen.

Aber wenn man, die groben Bilder beiseite lassend, in die Einzelheiten und in die kleinsten Krümmungen der Beugungsbilder eingehen

511, 1898) studiert wurden. Die Eigenschaften dieser Gitter, welche einerseits ähnlich sind mit jenen der Linsen und andererseits jenen der Interferometer, werden in einer demnächst folgenden Abhandlung dargelegt werden.

will und muß, um zu entdecken, was noch darunter verborgen ist, dann muß man die Linsen vollständig durch geeignetere Vorrichtungen ersetzen.

Man könnte den Einwand machen, daß die Interferenzverfahren geringe Intensitäten liefern; das ist wahr. Wenn man das Licht konzentrieren muß, ist eine Linse zu empfehlen, aber das geht alles auf Kosten der Auflösung, denn jede Methode, welche den höchsten Limes erreichen will, muß vom zentralen Teil des Beugungsbildes einen Teil der Lichtenergie entfernen, ihn zerstreuen oder vernichten.

In den astronomischen Forschungen müßte somit die rationellste Vorrichtung ein als Objektivinterferometer angewandtes Zirkulargitter sein. Gegenwärtig kann die Herstellung eines Objektivs von 1 m Durchmesser viel leichter als die Konstruktion eines Gitters von 40 cm Durchmesser erscheinen; wenn aber die Technik der Lösung dieses neuen Problems nur einen geringen Teil ihrer Anstrengungen, welche sie während vieler Jahrhunderte zur Erlangung der gegenwärtigen Resultate hat ausüben müssen, widmen will, kann man wohl hoffen, zu Objektivinterferometerdurchmessern gelangen zu können, welche man sich für normale Objektive nicht träumen ließ.

Und ganz analog im spektroskopischen Felde, wo gegenwärtig die Grenze $1{,}22\,\lambda/D$ der rechtwinkligen Sektion der Dispersionsapparate auf λ/D reduziert worden ist, muß man zum natürlichen Limes $\lambda/2\,D$ kommen können, und somit das Auflösungsvermögen jedes Instruments verdoppeln.

Aber wie man dies erhält, wird Gegenstand von weiteren Mitteilungen sein.